



Ausbildung – Studiengang Lehrdiplom für Maturitätsschulen

Diplomprüfung Fachdidaktik Mathematik

Monofach, Zweifach, Zusatzfach

www.phlu.ch/sekundarstufe-2

PH Luzern · Pädagogische Hochschule Luzern
Ausbildung
Studiengang Lehrdiplom für Maturitätsschulen
Frohburgstrasse 3 · Postfach 7660 · 6000 Luzern 7
T +41 (0)41 203 00 83
reinhard.hoelzl@phlu.ch · www.phlu.ch

Prof. Dr. Reinhard Hölzl

weitergeben.

1. Grundlagen

Der Studienbereich Fachdidaktik wird im S2-Studiengang «Lehrdiplom für Maturitätsschulen» mit einer mündlichen Prüfung im Stile eines Kolloquiums abgeschlossen. Das zugehörige Modul hat die Nummer und die Bezeichnung

PLU.MA01.DP S2 – Diplomprüfung Fachdidaktik Mathematik

Voraussetzung für die **Zulassung** zur fachdidaktischen Diplomprüfung ist der erfolgreiche Abschluss der Module PLU.MA01.01 bis PLU.MA01.04. Zum Zeitpunkt der **Anmeldung** für die Diplomprüfung können einzelne Modulansätze ausstehen (weil sie beispielsweise noch besucht werden).

Mit Bezug auf den Referenzrahmen der PH Luzern legt die Prüfung im Handlungsfeld «Bereitstellen von Lerngelegenheiten» den Schwerpunkt auf die Überprüfung der Professionskompetenz «Gestaltung eines kompetenzorientierten, verstehensorientierten und motivierenden Unterrichts».

2. Inhalt und Ablauf der Prüfung

Die Prüfung basiert auf den vier Modulen PLU.MA01.01 bis PLU.MA01.04 (Didaktik der Geometrie, Arithmetik und Algebra, Analysis und Stochastik). Es handelt sich um eine fragen- und problemgeleitete mündliche Prüfung im Stile eines Kolloquiums über ausgewählte Themen und Schwerpunkte aus den genannten Gebieten unter den Aspekten «Vernetzung» und «Zusammenschau».

Die Studierenden erhalten bei Anmeldung zur Prüfung 12 themenzentrierte Karten. Diese umreissen die fachdidaktischen Schwerpunkte der Prüfung. Zu Beginn der Prüfung werden zwei Prüfungskarten per Losentscheid ausgewählt. Dauer der Prüfung: 20 min. Eine Vorbereitungsphase ist nicht vorgesehen.

Die Prüfungskarten sind dem Anhang dieser Broschüre zu entnehmen

Es sind zwei Examinatoren anwesend, die ihre jeweiligen Module überprüfen. Ein zusätzlicher Experte oder eine Expertin erstellt in Stichworten ein Protokoll über den Verlauf der Prüfung. Er bzw. sie kann klärende oder ergänzende Fragen stellen.

Studierende mit Mathematik als Zweit- oder Zusatzfach. In diesen Studienprogrammen (oder bei angerechneten Studienleistungen) kann es vorkommen, dass nicht alle fachdidaktischen Module belegt wurden. Die entsprechenden Karten sind daher nicht prüfungsrelevant.

3. Bewertung der Prüfung

Das Prüfungsgespräch wird für jede der beiden Prüfungskarten aufgrund von zwei Hauptkriterien und ihren jeweiligen Subdimensionen bewertet: 1. Sachliche Richtigkeit und Aufzeigen relevanter Zusammenhänge; 2. Fähigkeit zur situationsadäquaten fachdidaktischen Einordnung und Reflexion. Die Leistung in den zur Sprache gekommenen Schwerpunkten wird mit jeweils 0 bis 5 Punkten bewertet (Abstufung 0.5 möglich). Für das Bestehen der Prüfung muss mindestens die Hälfte aller Punkte erreicht werden. Graduierung nach ECTS: F < 40 %, FX \geq 40 %, E \geq 50 %, D \geq 60 %, C \geq 70 %, B \geq 80 %, A \geq 90%.

Ein Beispiel eines Bewertungsblattes liegt diesen Ausführungen bei.

Die Examinatoren geben unmittelbar im Anschluss an die Prüfung Auskunft über den entsprechenden Antrag an die Prüfungskommission. *Das Prüfungsergebnis wird erst nach Er-*

wahrung durch die Prüfungskommission über das Prüfungssekretariat mitgeteilt. Ansprechperson für gewünschte Einblicke in die Ergebnisse oder Rekurse sind die Examinatoren. Eine allfällige Nachprüfung wird formgleich durchgeführt.

| |
|------------------------|
| Bewertungsblatt |
|------------------------|

Zeit:

Datum:

EXA: H. Allmendinger & R. Hölzl

EXP: M. Küttel

Student(in): **Hans Mustermann**

| Bewertungsdimensionen | | Qualifikation 0 – 5 Pkt. |
|--|---|-----------------------------|
| 1. Prüfungskarte – Die fachdidaktischen Zusammenhänge und Kompetenzaspekte, welche der Prüfungskarte zugrunde liegen können aufgezeigt, erläutert und auf Nachfrage erweitert werden. Inhalte werden korrekt und stimmig dargestellt, didaktische und fachliche Begriffe werden exakt und sachadäquat verwendet. | | |
| 2. Prüfungskarte – Die fachdidaktischen Zusammenhänge und Kompetenzaspekte, welche der Prüfungskarte zugrunde liegen können aufgezeigt, erläutert und auf Nachfrage erweitert werden. Inhalte werden korrekt und stimmig dargestellt, didaktische und fachliche Begriffe werden exakt und sachadäquat verwendet. | | |
| Subdimensionen In beiden Prüfungskarten | Elaboration – Ausführungen differenziert, detailgenau, vertieft, aspektreich. | oben enthalten |
| | Argumentation – stimmige, klare Entwicklung des Gedankens, strukturierte Ausführungen, wissenschafts-/literaturbezogen. | |
| | Transfer – Flexibilität bei unerwarteten, überraschenden Fragen; Fähigkeit zur Vernetzung, systemisches Denken. | |
| Bewertung: | | |

| Note | Pkt. | Charakterisierung |
|-----------|------|---|
| A | 9 | Ausgezeichnete Leistung, nur noch wenige unbedeutende Fehler. |
| B | 8 | Überdurchschnittliche Leistungen, aber einige Fehler. |
| C | 7 | Insgesamt gute und solide Arbeit, jedoch mit einigen grundlegenden Fehlern. |
| D | 6 | Durchschnittlich, jedoch deutliche Mängel vorhanden. |
| E | 5 | Entspricht nur Mindestanforderungen. |
| FX | 4 | Es sind Verbesserungen erforderlich, bevor die Leistungen anerkannt werden. |
| F | 3 | Es sind erhebliche Verbesserungen erforderlich. |

1. Curriculare und didaktische Grundlagen



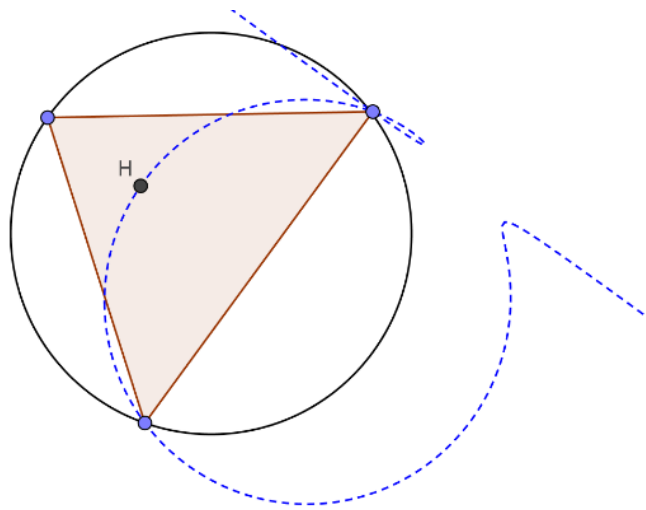
Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- einen Überblick über die curriculare Situation des Gymnasiums geben und mit Entwicklungen auf der angrenzenden Sekundarstufe I (Lehrplan 21, Kompetenzorientierung) vergleichen.
- die Kongruenzsätze mit der Konstruktion von Dreiecken verknüpfen und ihre Bedeutung für den Erwerb von Problemlösestrategien beispielgebunden ausweisen
- fachdidaktisch sinnvolle Wege zur Einführung von Koordinaten vorschlagen und anhand von Koordinaten operativ strukturierte Übungsgelegenheiten skizzieren
- Polarkoordinaten als situationsangepasste Alternative zu kartesischen Koordinaten erläutern und Funktionsgleichungen in Polarkoordinaten interpretieren und graphisch darstellen

Literatur

- Folienskript Kapitel 1 und 2
- Weigand, H.-G. et al. (2009): Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Heidelberg: Spektrum, S. 202-213
- Bruder, R.; Hefendehl-Hebeker, L. & Schmidt-Thieme, B. (2015): Handbuch der Mathematikdidaktik. Berlin: Springer, S. 185-220

2. Symmetrie und Abbildung



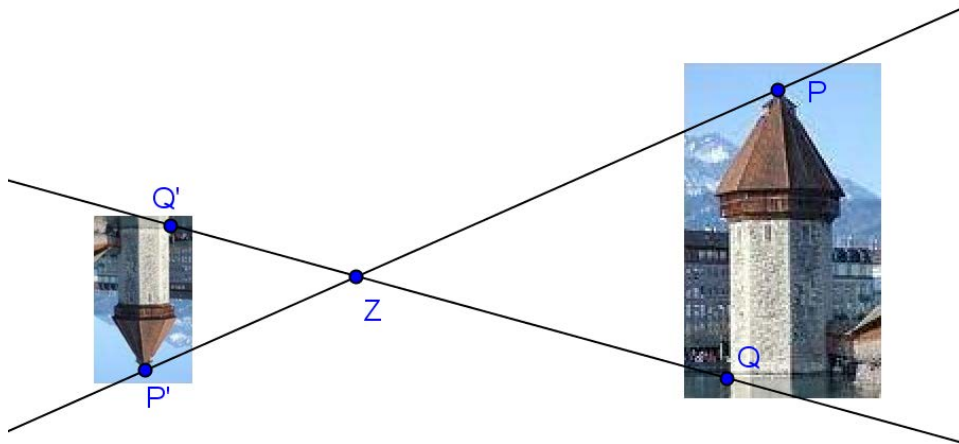
Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- ein Modell sowohl für die Reichweite als auch Verständnisstufe von Begriffen im Mathematikunterricht an Beispielen (z. B. Symmetriebegriff) sachadäquat erläutern
- aufzeigen, warum und wie «Symmetrisieren» in einer geometrischen Problemsituation zur Entwicklung von heuristischen Strategien beitragen kann
- Kongruenzabbildungen und ihre enge Verknüpfung mit Mehrfachspiegelungen erläutern und fachlich genau begründen
- die didaktischen Chancen und Probleme, die GeoGebra beim Erwerb des Abbildungsbegriffs bietet bzw. mit sich bringt, differenziert einschätzen

Literatur

- Folienskript Kapitel 3 und 4
- Weigand, H.-G. et al. (2009): Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Heidelberg: Spektrum, S. 99-119
- Bruder, R.; Hefendehl-Hebeker, L. & Schmidt-Thieme, B. (2015): Handbuch der Mathematikdidaktik. Berlin: Springer, S. 225-278

3. Symmetrie und Abbildung



Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- eine «dynamische Problemlösestrategie» im Zusammenhang mit dem Einsatz von GeoGebra im Unterricht erläutern und an einem vorgegebenen Beispiel demonstrieren
- die Eigenschaften von Dreieckstransversalen (Mittelsenkrechten, Höhen, Seiten- und Winkelhalbierende) begründen und ihre Bedeutung im Unterricht aufzeigen
- das Konzept der «Ähnlichkeit» auf unterschiedlichen Verständnisstufen erläutern und Verknüpfungen zwischen Kongruenz- und Ähnlichkeitsabbildungen, Kongruenz- und Ähnlichkeitssätzen sachgerecht herstellen
- unterrichtsrelevante Anwendungen des Ähnlichkeitsbegriffs sachkundig diskutieren

Literatur

- Folienskript Kapitel 6 und 7
- Weigand, H.-G. et al. (2009): Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I. Heidelberg: Spektrum, Kapitel VIII / IX

4. Gleichungen



Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- beschreiben, was elementare Algebra im Schulunterricht leisten kann und dies an Beispielen illustrieren.
- die Bedeutung der Vernetzung von Geometrie und Algebra für die Lernenden begründen und dies an einem Beispiel illustrieren (bspw. Al-Khwarizmis Lösung der quadratischen Gleichungen oder der geometrische Beweis der binomischen Formeln)
- die Vor- und Nachteile vom Einsatz von Geschichte der Mathematik im Unterricht am Beispiel von Al-Khwarizmi diskutieren.
- Den mathematischen Beziehungsreichtum von quadratischen Gleichungen nachzeichnen und verschiedene Anwendungs- und Einsatzmöglichkeiten darlegen.

Literatur

- Hwarizmi, Muhammad Ibn-Musa al - The algebra of Mohammed ben Musa/ed. and transl.by Frederic Rosen. - Nachdr. d. Ausg. London 1831. - Hildesheim [u.a.]: Olms, 1986. S.1-57.
- Kaske, Rainer: Quadratische Gleichungen bei al-Khwarizmi: <http://www.raikas.net/alkh1.html>
- Jahnke, Hans-Niels: Historische Erfahrungen mit Mathematik, *Mathematik lehren* 91 (1998) S. 4-8.
- Danckwerts, R. ; Vogel, D.: Die quadratische Gleichung im Unterricht. In: Barzel, B. et al. (Hrsg.): *Algebraisches Denken*, Franzbecker (2007) S. 43-52.

5. Funktionen



Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- Unterschiedliche Darstellungsformen von Funktionen nennen und kann an Aufgaben illustrieren, wie ein flexibler Darstellungswechsel angebahnt werden kann.
- In eigenen Worten beschreiben, was das Schlagwort „Funktionales Denken“ bedeutet.
- anhand von Beispielen die verschiedenen Funktionsaspekte voneinander abgrenzen und Aufgaben nach ihrem Beitrag zu den einzelnen Aspekten analysieren.
- typische Schülerfehler beim Arbeiten mit Funktionen und Funktionsgraphen beschreiben und in Bezug zur Theorie bringen.

Literatur

- Herget, Wilfried, Funktionen – Immer wieder gut für eine Überraschung. In: Henrike Allmendinger, Katja Lengnink, Andreas Vohns, Gabriele Wickel Hrsg.): *Mathematik verständlich unterrichten an Schule und Hochschule*. Wiesbaden: Springer Spektrum (2013) S. 47-62.
- Vollrath, Hans-Joachim: Funktionales Denken. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 10 (1989), S. 3–37.
- Vollrath, Hans-Joachim: *Algebra in der Sekundarstufe*. Heidelberg: Spektrum (2007) S. 136-141.

6. Terme und Variablen



Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- die Variablenaspekte nach Malle (Gegenstands-, Einsetzungs- und Kalkülaspekt) voneinander abgrenzen und Aufgaben danach analysieren, welchen Beitrag sie zu den jeweiligen Aspekten leisten.
- beschreiben, wie in gängigen Schulbüchern der Variablenbegriff eingeführt wird und erkennen, welche didaktische Zielsetzung dahintersteht.
- Ich kann die Bedeutung von Termen für den Unterricht benennen und verschiedene Repräsentationsformen von Termen mit Blick auf ihre Bedeutung für die SuS beschreiben.
- Das EIS-Prinzip von Bruder in eigenen Worten wiedergeben, erklären, welche Bedeutung es für den Unterricht hat und anhand von Beispielen illustrieren.

Literatur

- Steinweg, Anna Susanne: Sich ein Bild machen. Terme und figurierte Zahlen. In: mathematik lehren (2006), 136, S. 14-17.
- Barzel, Bärbel, Herget, Wilfried: Zahlen, Symbole, Variablen – abstrakt und konkret. Plädoyer für einen lebendigen Umgang mit Termen. In: mathematik lehren (2006), 136, S. 4-9.
- Hefendehl-Hebeker: Vom Rechnen reden wir in Termen. Arithmetische und algebraische Erfahrungen zum harmonischen Dreieck. In: mathematik lehren (2006), 136, S. 18-21.

7. Modellieren von Zufallssituationen



Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- die kombinatorischen Grundsituationen unterrichtsnah aus dem Zählprinzip herleiten und anhand von Beispielen (Prototypen) erläutern
- beispielgebunden aufzeigen, inwieweit der Stochastikunterricht zu den Grunderfahrungen des Mathematikunterrichts (nach H. Winter) beitragen kann
- das Laplace-Modell als Ausgangspunkt für vielfältige Modellierungserfahrungen im Unterricht verwenden
- Fehlvorstellungen im Zusammenhang mit dem Wahrscheinlichkeitsbegriff erläutern und Möglichkeiten ihrer Überwindung aufzeigen

Literatur

- Folienskript Kapitel 1 und 2
- Kütting, H.; Sauer, M. J. (2011): Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte. Berlin: Springer, S. 129-162
- Winter, Heinrich: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 61 (1995), S. 37-46.

8. Mathematischer Wahrscheinlichkeitsbegriff



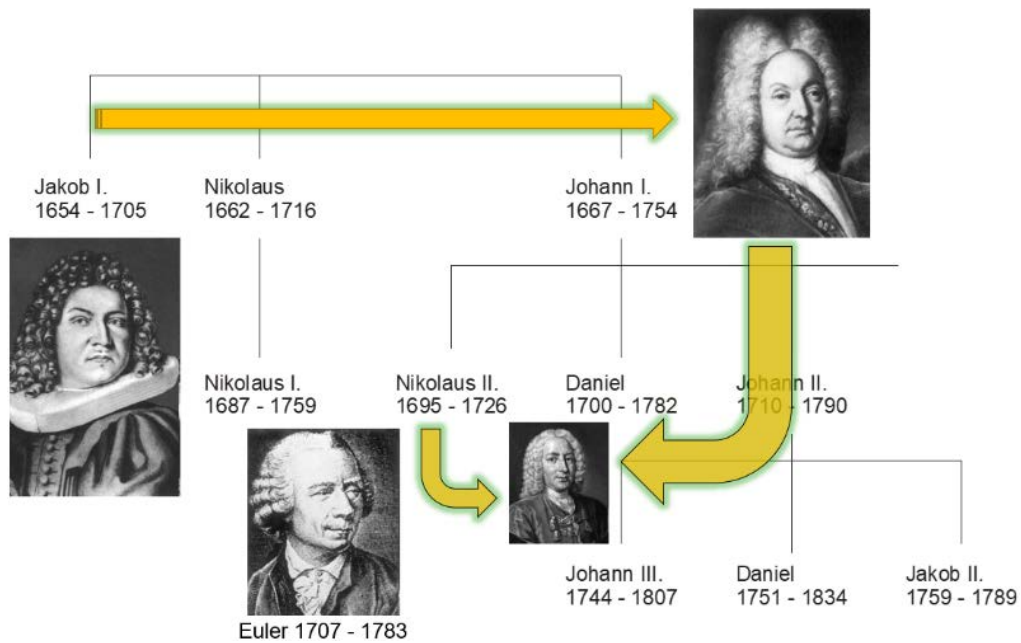
Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- Die Bedeutung von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen im Stochastikunterricht an konkreten Fragestellungen aufzeigen
- die axiomatischen Grundlagen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs erläutern, einfachere und weitreichendere Folgerungen daraus ziehen bzw. sachkundig erläutern
- das Konzept der bedingten Wahrscheinlichkeit und damit verbundene Verständnisprobleme diskutieren
- überraschende oder paradoxe Situationen im Zusammenhang mit dem Wahrscheinlichkeitsbegriff darstellen und Möglichkeiten der Klärung aufzeigen

Literatur

- Folienskript Kapitel 3 und 4
- Kütting, H.; Sauer, M. J. (2011): Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte. Berlin: Springer, S. 71-111

9. Binomial- und Normalverteilung



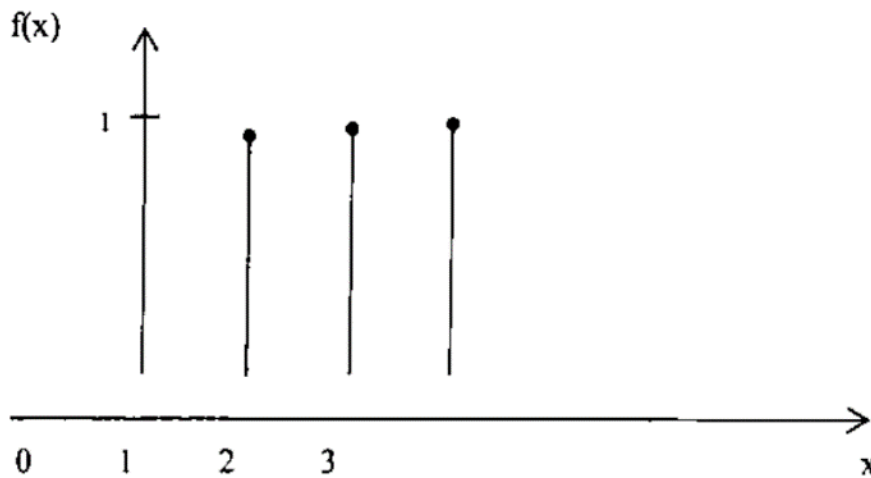
Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- das Konzept der Zufallsgrösse und seine Bedeutung für unterrichtsnahe, anwendungsorientierte Aufgabenstellungen erläutern
- illustrieren, wie sich zentrale Kennzahlen einer Zufallsgrösse (Erwartungswert, Varianz) im Unterricht verständlich erfassen und interpretieren lassen (Ungleichung von Tschebyschew)
- Die Bedeutung der Binomialverteilung für den Unterricht erläutern und Wege ihrer Einführung sachkundig aufzeigen
- unterrichtsrelevante Zusammenhänge und Übergänge zwischen der Binomial- und Normalverteilung verständlich erläutern

Literatur

- Folienskript Kapitel 5, 6 und 7
- Kütting, H.; Sauer, M. J. (2011): Elementare Stochastik. Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte. Berlin: Springer, Kapitel 5, 6 und 8

10. Grenzwertprozesse



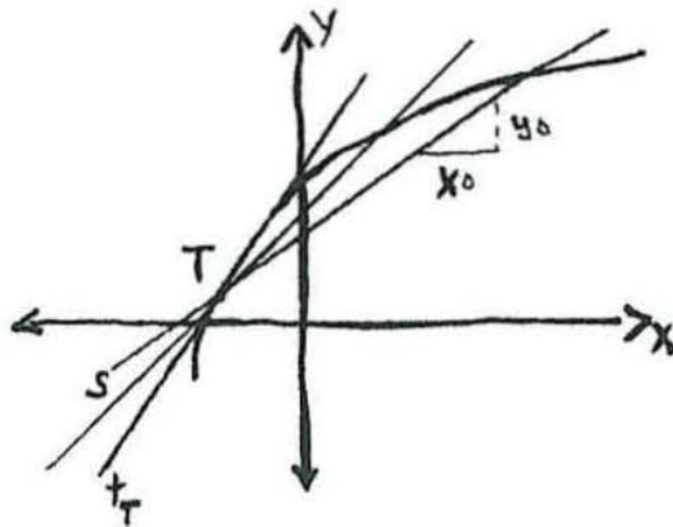
Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- verschiedene Grundpositionen zum Analysisunterricht vorstellen.
- unterschiedliche Begründungen für die Tatsache $0,999\dots = 1$ nachzeichnen und entscheiden, für welche Schulstufe sie jeweils angemessen sein könnten.
- die Problematik, die hinter der Frage „ $0,999\dots = 1$?“ steckt aus erkenntnistheoretischer, mathematikdidaktischer und mathematischer Sicht diskutieren und damit empirische Ergebnisse zu dieser Frage erklären.

Literatur

- Dankwerts, Rainer, Vogel, Dankwart: Analysis verständlich unterrichten. Heidelberg: Spektrum (2006) S. 1-12.
- Bauer, Ludwig: Mathematikunterricht, Intuition, Formalisierung: eine Untersuchung von Schülerinnen- und Schülervorstellungen zu $0,999\dots=1$. In: Journal für Mathematikdidaktik, Heft 1 (2011) S. 79-102.
- Dankwerts, Rainer, Vogel, Dankwart: Analysis verständlich unterrichten. Heidelberg: Spektrum (2006) S. 27-32.

11. Die Ableitung



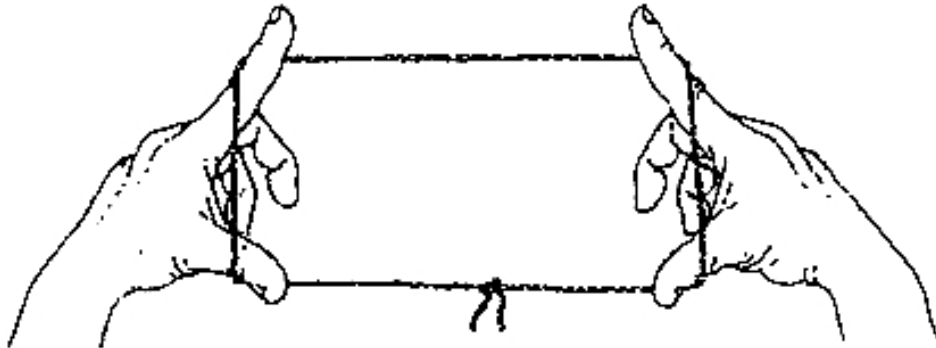
Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- die unterschiedlichen Zugänge zum Ableitungsbegriffs kritisch würdigen und Schwierigkeiten und Chancen aufzeigen
- die mittlere Änderungsrate begrifflich von der lokalen Änderungsrate abgrenzen und kenne Verstehenshürden, die beim Übergang entstehen können
- Grundvorstellungen zum Begriff der mittleren Änderungsrate benennen und zeigen, wie diese anhand von Aufgaben gezielt gefördert werden können
- Die Grundvorstellung, die bei der Ableitung als lokale Linearisierung steckt in eigenen Worten beschreiben und Vorschläge machen, wie dies im Unterricht produktiv eingesetzt werden kann

Literatur

- Dankwerts, R., Vogel, D.: Analysis verständlich unterrichten. Heidelberg: Spektrum (2006) S. 45-85.
- Malle, Günther: Vorstellungen vom Differenzenquotienten fördern. In: mathematik lehren 118. S. 57-62.

12. Kurvendiskussion



Fachliche und fachdidaktische Aspekte setzen – Ich kann

- qualitative Aspekte von Ableitungen beschreiben und typische Schwierigkeiten damit im Alltag aufzeigen
- die drei Winterschen Grunderfahrungen in eigenen Worten beschreiben und aufzeigen, inwiefern sie einen Beitrag zum allgemeinbildenden Unterricht leisten
- anhand von Beispielen illustrieren, wie durch eine veränderte Aufgabenkultur, die Winterschen Grunderfahrungen in der Kurvendiskussion erlangt werden können und beschreiben, welche Chancen für den Unterricht sich daraus ergeben.
- die Kraft elementarer Methoden gegenüber den starken Werkzeug der Analysis am Beispiel von Extremwertaufgaben illustrieren.

Literatur

- Hahn, Steffen, Prediger, Susanne: Bestand und Änderung – Ein Beitrag zur Didaktischen Rekonstruktion der Analysis. *Journal für Mathematikdidaktik* 29 (2008) 3/4, S. 163-198.
- Winter, Heinrich: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* 61 (1995), S. 37-46.
- Dankwerts, Rainer, Vogel, Dankwart: *Analysis verständlich unterrichten*. Heidelberg: Spektrum (2006) S. 147-153.
- Dankwerts, Rainer, Vogel, Dankwart: Extremwertprobleme ohne Analysis - die Kraft elementarer Methoden. In: *MU*, Nr. 47 (2001), Heft 4, S. 32-38.